

Домашнє завдання, додаткові задачі.

1. (Теорема Вільсона) Довести, що якщо p — просте число, то $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$.
2. Довести, що число $100\dots 00500\dots 001$ (в кожній з двох груп по 100 нулів) не є кубом цілого числа.
3. Знайти найбільший спільний дільник чисел $111\dots 111$ і $11\dots 11$, в запису першого числа 100 одиниць, другого — 60.
4. Довести, що $6n^2 + 3$ не буде шостим степенем цілого числа ні при якому натуральному n .
5. x, y, z — натуральні числа, причому $x^2 + y^2 = z^2$. Довести, що xy ділиться на 12.
6. Довести, що $a^2 + b^2 + 4$ не є кубом цілого числа ні при яких довільних a і b .
7. Довести, що
 - а) $288! \div (16!)^{18}$;
 - б) $(n!) \div (n!)^{(n-1)!}$.